Université Mentouri Constantine
Faculté des sciences
Département de Biologie

1ière Année L.M.D

Série d'exercices N°3

Ex1 : 1) Etudier la dérivabilité en x_0 des fonctions suivantes :
$f(x) = \frac{x-3}{x^2+3}, x_0 = 1; g(x) = \sqrt{x};\ x_0 = 1$
2) Etudier la dérivabilité des fonctions suivantes :
1) $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 2) $g(x) = \frac{1-x}{1+|x|}$ 3) $h(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 \pi x}{x-1}; & x < 1 \\ 0; & x = 1 \\ \ln x; & x > 1 \end{cases}$

Ex2: Appliquer le théorème des accroissements finis à : (quand cela est possible).
1) $f(x) = 2(x^2 - 5)$, sur $[3;5]$
2) $g(x) = |x-1|$, sur $[0;2]$

Ex3 : Montrer que :
1) $\forall x \in]0; \frac{\pi}{2}[, \sin x < x < tgx$
2) $\forall x > 0, \frac{1}{x+1} < \ln(x+1) - \ln x < \frac{1}{x}$

Ex4 :Soit f(x) une fonction définie par :
$f(x) = \begin{cases} -(x-1)\ln(1-x), & 0 \le x \le 1 \\ x^2 + ax + b, & x \ge 1 \end{cases}$
1) Calculer a et b pour que f soit continue sur $[0;+\infty[$ et vérifie $f(0) = f(2)$.
2) Vérifier que f vérifie les conditions du théorème de Rolle sur l'intervalle $[0;1]$, trouver ensuite le nombre c qui figure dans le théorème.
3) Trouver c' en appliquant le théorème des accroissements finis sur f sur l'intervalle $[2;3]$.

Supplémentaire
Ex5 : Soit f définie par : $f(x) = x(ax^2 + bx + c)$.
Déterminer a, b, c tels que le graphe de f noté par (C) admet pour tangente la 1ière bissectrice à l'origine, et la tangente au point M(1,2) est parallèle à la 2ième bissectrice.

Ex6 : Calculer les limites suivantes :
1) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - \cos x - \sin x}{x^2}$, 2) $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{x^2}$, 3) $\lim_{x\to\pi} \frac{\sin^2(x-\pi)}{x^2-\pi^2}$, 4) $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^2+3}$, 5) $\lim_{x\to a} \frac{\cos x - \cos a}{\sin x - \sin a}$,
6) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x^2}{x^4}$,